

Teorema del Giro Totale della Tartaruga¹

Consideriamo un bambino che ha già fatto disegnare alla Tartaruga un quadrato e un cerchio e che ora vorrebbe farle disegnare un triangolo con tutti e tre i lati uguali a 100 passi di Tartaruga.

La forma del programma potrebbe essere questa:

```
PER TRIANGOLO
RIPETI 3
  AVANTI 100
  DESTRA qualcosa
FINE
```

Per far disegnare la figura alla Tartaruga, però, il bambino deve dirle di più. Che cos'è la quantità che abbiamo chiamato *qualcosa*? Per il quadrato noi avevamo dato alla Tartaruga l'istruzione di girare di 90 gradi a ogni vertice, cosicché il programma era:

```
PER QUADRATO
RIPETI 4
  AVANTI 100
  DESTRA 90
FINE
```

Ora possiamo vedere come il consiglio di Polya, "cerca delle somiglianze", e il principio procedurale della geometria della Tartaruga, "gioca alla Tartaruga", possano collaborare. *Che cosa c'è di comune* tra il quadrato e il triangolo? Se noi giochiamo alla Tartaruga e "percorriamo" il cammino che vogliamo farle compiere, notiamo che in ambedue i casi partiamo e arriviamo nello stesso punto e rivolti nella stessa direzione. Vale a dire che ritorniamo nello stato da cui eravamo partiti. Nel frattempo abbiamo fatto un giro completo. *Ciò che è diverso* nei due casi è se il nostro giro viene effettuato "in tre mosse" o "in quattro mosse". Il contenuto matematico di quest'idea è tanto potente quanto semplice. La priorità va alla nozione di giro totale – di quanto si gira andando tutto intorno?

Il fatto straordinario è che tutti i percorsi completi girano della stessa quantità: 360 gradi. I quattro 90 gradi del quadrato danno 360, le tre rotazioni ai vertici del triangolo devono essere ciascuna di 360 gradi diviso 3. Quindi la quantità da noi chiamata *qualcosa* è 120 gradi. Questo è l'enunciato del "Teorema del Giro Completo della Tartaruga":

Se una Tartaruga percorre il contorno di una qualsiasi area e finisce nello stato in cui aveva iniziato,
la somma di tutte le rotazioni sarà di 360 gradi².

Parte integrante della comprensione del teorema è imparare ad usarlo nella soluzione di una ben definita classe di problemi. Quindi l'incontro del bambino con questo teorema è per molti versi diverso dall'imparare a memoria il suo corrispettivo euclideo:

La somma degli angoli interni di un triangolo è 180 gradi.

Primo, almeno nel contesto del LOGO, il Teorema del Giro Completo della Tartaruga è più *potente*: il bambino può usarlo realmente. Secondo, è più *generale*: si applica a quadrati e curve così come a triangoli. Terzo, è

¹ Estratto da Papert (1980) *Mindstorms*, pag. 75 e 76. Traduzione di Augusto Chiocciariello.

² Se si può girare a destra o a sinistra, una direzione va trattata come negativa. "Contorno di un'area (connessa)" è un modo per indicare una curva chiusa semplice, cioè una curva chiusa che non contiene intersezioni (per esempio un cerchio o un poligono). Se si rimuove questa restrizione, la somma delle rotazioni sarà un multiplo intero di 360 (per esempio una stella).

più *comprensibile*: la sua dimostrazione è facile da afferrare. È più personale: si può "camminarci dentro", inoltre è un modello per la più generale tendenza a collegare la matematica alle conoscenze personali.

Abbiamo visto bambini usare il Teorema del Giro Completo della Tartaruga per disegnare un triangolo equilatero. Quello che è più interessante è osservare come il teorema possa guidarli da progetti semplici ad altri molto più avanzati: i fiori riprodotti nelle figure al centro del libro mostrano un progetto ad uno stadio un po' più avanzato di questo cammino. Perché l'importante, quando diamo ai bambini un teorema, non è che lo debbano imparare a memoria: l'essenziale è che, crescendo con un bagaglio di pochi teoremi importanti, si giunga ad apprezzare che certe idee possono essere usate come strumenti con cui pensare per tutta la vita. Si impara ad assaporare e a rispettare il potere delle idee potenti. Si impara che l'idea più potente di tutte è l'idea di idee potenti.

